Milí studenti,

tyto učební materiály vznikají průběžně v době zákazu vaší osobní přítomnosti ve škole. Jejich smyslem je umožnit vám studovat i přesto, že nebudete smět být přítomni na hodinách. Čtěte je jako knihu – od začátku do konce, výkladové partie s porozuměním, ideálně s přepisováním základních poznámek do sešitů, příklady postupně řešte a jejich řešení klasicky pište s postupy, obecnými vzorci a číselnými dosazeními. Tentokrát ovšem, prosím, posílejte fotografie/skeny řešení elektronicky, e-mailem. Deadline pro nastudování a odevzdání řešení bude vždy poslední den rozmezí uvedeného v hlavičce materiálu (v tomto případě 22. 3. 2020).

Začněme několika příklady k již známému tématu Coulombova zákonu:

1) Určete velikost elektrické síly, kterou se odpuzují dva elektrony v atomu, je-li jejich vzájemná vzdálenost 10^{-10} m.
2) Dvě nabité kuličky zanedbatelné velikosti nesou stejně velký náboj opačného znaménka o velikosti 45 μC a přitahují se silou 0,62 N. Určete jejich vzájemnou vzdálenost, jestliže se nacházejí a) ve vakuu, b) v prostředí s relativní permitivitou 3,6.
3) Jaká je permitivita prostředí, v němž na sebe dva bodové náboje o velikostech 3 nC a -12nC ve vzdálenosti 3,5 cm působí silou o velikosti 0,2 mN?
4) Ve vakuu se ve vzdálenosti 6,2 m od bodového náboje o velikosti 0,27 mC nachází nabité těleso zanedbatelné velikosti, které je od náboje odpuzováno silou o velikosti 540 μN. Určete, jakým nábojem je těleso nabito.
5) Dva bodové náboje o velikostech q a Q ve vzájemné vzdálenosti r v prostředí o permitivitě ε na sebe působí silou o velikosti 12,4 N. Jak se tato síla změní, jestliže
    a) vzdálíme náboje na 3,7-násobek původní vzdálenosti?
    b) zvětšíme velikost prvního náboje na sedminásobek a zmenšíme velikost druhého na třetinu?
    c) zvětšíme relativní permitivitu na 1,8-násobek?

Dále procvičme příklady k tématu elektrické intenzity, elektrického potenciálu a elektrického napětí:

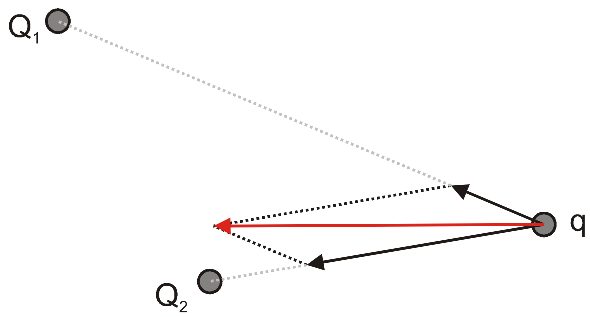
6) Jak velká síla bude působit na těleso s nábojem 0,062 mC v homogenním elektrickém poli o intenzitě 9,1 kVm^{-1}?
7) Určete intenzitu elektrického pole ve vzdálenosti 1,6 mm od bodového náboje o velikosti 71 nC v prostředí a) vakua, b) kondenzátorové keramiky o relativní permitivitě 24.
8) Jaká je velikost bodového náboje, je-li intenzita elektrického pole ve vzdálenosti 0,104 m od něj v prostředí vakua 0,49 MNC^{1}?
9) Na bodový náboj o velikosti 6 nC působí v daném místě prostoru síla o velikosti 350 μN. Určete intenzitu elektrického pole. Jaká je vzdálenost nábojů, je-li zdrojem elektrického pole bodový náboj o velikosti 1,7 mC a jsou-li oba náboje ve vakuu?
10) Určete elektrický potenciál ve vzdálenosti a) 3,1 mm, b) 0,98 m, c) 3,2 km od bodového náboje o velikosti 230 μC.
11) V místě vzdáleném 34 cm od bodového náboje byl naměřen elektrický potenciál -650 V. Určete velikost náboje, je-li měření prováděno a) ve vzduchu, b) v metanolu o relativní permitivitě 30.
12) Určete velikost elektrického napětí mezi dvěma body prostoru, z nichž v jednom byl určen elektrický potenciál 28 V a druhý je ve vzdálenosti 2,8 cm od bodového náboje o velikosti 0,2 nC. V jaké vzdálenosti od náboje se nachází první bod? Předpokládejte, že celý systém se nachází ve vakuu.
13) Mezi dvěma body ve vzdálenostech 36 cm a 82 cm od bodového náboje bylo změřeno elektrické napětí o velikosti 7,31 kV. Určete velikost tohoto náboje.

Princip superpozice

Posud jsme uvažovali elektrická pole v okolí jediného bodového náboje či vzájemné působení dvojice bodových nábojů, případně nabitých těles zanedbatelné velikosti – vystačili jsme tedy se základní sadou vzorců, které jsme procvičili v předchozích příkladech. Pro připomenutí:

$$\boxed{F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ}{r^2}};\ \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}};\ \boxed{\varphi_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r}}$$

Jak se ale situace změní, když budeme chtít určovat elektrickou sílu, intenzitu či potenciál v situaci, kdy zdrojem elektrického pole je více než jeden bodový náboj? Začněme s úvahami u síly, protože u této veličiny již odpověď dávno známe! Když na jedno těleso působí dvě různé síly, můžeme je nahradit jedinou silou (tzv. výslednicí), která by měla na těleso stejné účinky, jako původní samostatné síly. Situaci ilustruje Obr. 1 níže: Na zkušební náboj q působí dvojice sil (černou barvou) vyvolaných náboji Q_1 a Q_2. Když tyto síly vektorově sečteme, získáme výslednici (červenou barvou) – tedy „celkovou sílu vyvolanou dvěma náboji Q_1 a Q_2“.

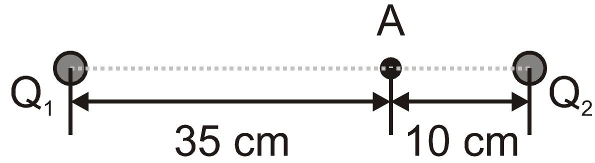


Obr. 1 – Superpozice dvojice sil působících na náboj q

Takovému (vektorovému) sčítání veličin říkáme „princip superpozice“. Ten říká, že celková hodnota veličiny je (vektorovým) součtem jednotlivých příspěvků. Pro dvojici, například sil, je situace zřejmá. Pro větší skupinu příspěvků (elektrické pole tvořené N-ticí nábojů) tento princip jen použijme opakovaně a zpracujeme příspěvky postupně po dvojicích (nejprve $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$, poté výslednice $\overrightarrow{F_{1+2}} + \overrightarrow{F_3}$ atd.).

Stejný princip platí nejen pro síly (i tu elektrickou), ale i pro intenzitu a potenciál – chceme-li tedy v daném bodu prostoru zjistit elektrický potenciál, jednoduše spočítáme příspěvky od jednotlivých nábojů, které jsou zdrojem pole, a sečteme je (elektrický potenciál je skalární veličina, takže zde stačí „obyčejné“ sčítání). V případě elektrické intenzity (vektorové veličiny) musíme provést sčítání vektorově – tedy buď graficky (jako u sil na Obr. 1), nebo početně za využití trigonometrie.

Zcela obecně by bylo v úlohách třeba zadávat souřadnice jednotlivých objektů a výsledkem by opět byly souřadnice vektorů – tyto situace si mohou prostudovat zájemci ve chvíli, kdy v matematice probereme vektorovou algebru. Do té doby si ovšem úlohy zjednodušíme – omezíme se na jeden rozměr, tedy na soustavy těles umístěných na přímce. Mějme tedy tento úkol: Určete elektrickou intenzitu a elektrický potenciál v bodu A dle Obr. 2, jsou-li velikosti nábojů Q_1=85 nC a Q_2=30 nC. Potom určete velikost elektrické síly, která by v bodu A působila na náboj q=-25 nC. Předpokládejte, že celý systém je ve vakuu.



Obr. 2 – Zadání úlohy na superpozici

K řešení: Pro všechny tři veličiny budeme v bodu A potřebovat určit příspěvky od obou nábojů, tedy:

$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1}{r_1^2}$; $\varphi_{e1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1}{r_1}$; $F_{e1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ_1}{r_1^2}$ a $E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_2}{r_2^2}$; $\varphi_{e2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_2}{r_2}$; $F_{e2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ_2}{r_2^2}$, celkově potom: $E = E_1 - E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q_1}{r_1^2} - \frac{Q_2}{r_2^2}\right)$; $\varphi_e = \varphi_{e1} + \varphi_{e2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right)$; $F_e = F_{e1} - F_{e2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q_1}{r_1^2} - \frac{Q_2}{r_2^2}\right)$.

Povšimněte si znaménka „–“ mezi jednotlivými členy u intenzity a síly – to by mělo být podivné, vzhledem k tomu, že jde o „součet“ příspěvků, jak je ostatně vidět u potenciálu. Klíč k této záhadě tkví v podstatě veličiny – u potenciálů jde o prostý součet, jelikož potenciál je veličina skalární, nemá tedy směr; intenzita a síla jsou ovšem veličiny vektorové, mají tedy směr – a z rozvahy nad obrázkem nám musí nutně vyplynout, že jednotlivé vektory mají vzájemně opačný směr (v případě síly: jedna působí směrem ke Q_1, druhá ke Q_2), jejich velikosti se tedy musejí odčítat. Číselné dosazení již ponechám na laskavém čtenáři.

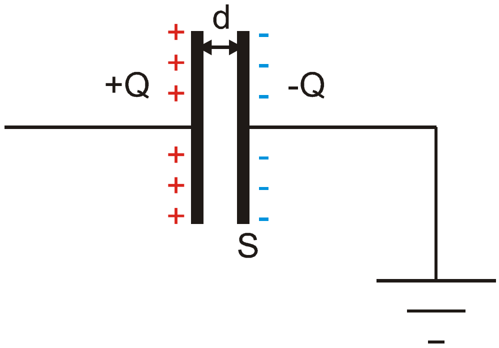
K procvičení principu superpozice:

14) Jak velká síla působí na náboj o velikosti 0,058 mC umístěný na spojnici nábojů Q_1=- 75 nC a Q_2=0,094 µC ve vzdálenosti 65 cm od Q_1 a 35 cm od Q_2? Celý systém je umístěn v PTFE o relativní permitivitě 2,1.
15) Ve vakuu jsou umístěny dva bodové náboje o velikostech 1,7 mC a 0,9 mC ve vzájemné vzdálenosti 3,3 m. Určete velikost elektrické intenzity a elektrického potenciálu v bodech, které jsou ve třetinách vzdálenosti na spojnici obou nábojů.

<u>Kondenzátor</u>

Poslední veličinou, s níž se v kapitole elektrostatiky seznámíme, je elektrická kapacita. Připomeňme si jen velmi stručně, co se stane s látkami v elektrickém poli: Jde-li o izolant, dojde pouze k orientaci jeho molekul dle vnějšího elektrického pole (záporné části se natočí směrem k vyššímu potenciálu, kladné části naopak směrem k nižšímu potenciálu). Tomuto jevu říkáme elektrostatická polarizace. Jde-li však o vodič, volné nosiče náboje (typicky elektrony) se fyzicky přemístí v rámci objemu tělesa (část tělesa v oblasti vyššího potenciálu tedy má zvýšenou hustotu elektronů oproti části v oblasti nižšího potenciálu). Tento jev nazýváme elektrostatickou indukcí.

Protože tyto jevy „působí“ na dálku, může nastat zajímavá situace: Co když umístíme náboj Q na vodivou (pro jednoduchost) desku a poblíž ní umístíme jinou vodivou desku, tentokrát spojenou se Zemí (kterou v naší úvaze považujeme za neomezený rezervoár elektronů)? Situaci znázorňuje Obr. 3: Na izolovanou desku byl umístěn kladný náboj (o velikosti Q). V důsledku toho došlo na uzemněné desce k elektrostatické indukci a elektrony ze země přešly na uzemněnou desku. Velikost indukovaného náboje je stejná jako velikost náboje původního (vzpomeňte: příroda ráda rovnováhu, neutralitu, stavy s nejnižší energií), jen znaménka jsou opačná.



Obr. 3: Deskový kondenzátor

Takový systém (je-li deska opravdu dobře izolovaná) má schopnost uchovávat elektrický náboj – slouží tedy jako „zásobárna“ elektrického náboje. Součástce, která tohoto principu využívá, se říká kondenzátor. Obecně existuje řada typů kondenzátorů a jejich společnou vlastností je **kapacita**. To je fyzikální veličina, která nám říká, kolik elektrického náboje se do kondenzátoru „vejde“ na jednotku napětí. Je zřejmé, že s rostoucí velikostí náboje na desce roste i její elektrický potenciál, potažmo tedy stoupá napětí mezi deskami. Mezi velikostí náboje na desce (Q) a napětím na kondenzátoru (U) je tedy přímá úměrnost. A kapacita (C) je konstantou této úměrnosti. Platí tedy:

$$Q = CU \text{ ; odtud } \boxed{C = \frac{Q}{U}}.$$

Jednotka kapacity se nazývá Farad (zn. F) a význam by měl být ze vzorce zřejmý – kondenzátor o kapacitě 1 F je schopen uchovat náboj o velikosti 1 C při napětí mezi deskami 1 V. Jak tedy vidno, jde o jednotku obrovskou, v praxi se obvykle setkáme (s výjimkou tzv. „superkondenzátorů“ či „superkapacitorů“) spíše s jednokami pF, nF a µF.

Nyní se však v úvahách omezíme na tzv. deskový kondenzátor – dvě vodivé desky (každá o ploše S) ve vzdálenosti d umístěné v prostředí o permitivitě ε (povšimněte si, že schematická značka kondenzátoru odráží toto základní uspořádání). Ke kompletnímu odvození vzorce pro jeho kapacitu bychom potřebovali doušek integrálního počtu, proto se vydáme jen cestou úvah: Na čem bude záležet, kolik náboje se do kondenzátoru vejde na 1 V napětí? Logicky na ploše desky (S; s větší deskou máme více prostoru pro náboj), na vzdálenosti mezi deskami (d; větší vzdálenost desek znamená slabší elektrické pole a tedy menší indukci, potažmo nižší kapacitu) a na prostředí mezi deskami (to popíšeme permitivitou ε a platí, že čím více se materiál mezi deskami polarizuje, tím více energie je v jeho stavu uloženo; obvykle se izolantu mezi deskami říká „dielektrikum“). Z těchto jednoduchých úvah můžeme „uhodnout“ vzorec pro kapacitu deskového kondenzátoru:

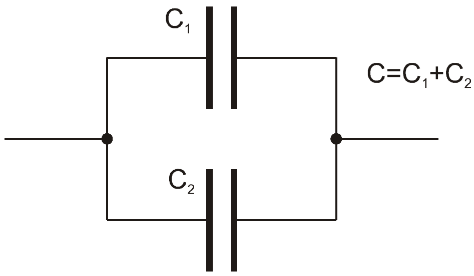
$$\boxed{C = \frac{\varepsilon S}{d}}.$$

Následuje několik příkladů k procvičení tématu elektrické kapacity:

16) Vypočtěte kapacitu keramického kondenzátoru o ploše desek 7,5 mm^2, vzdálenosti desek 3 µm a relativní permitivitě použitého dielektrika 40.
17) Jak velké desky bychom potřebovali, kdybychom chtěli vytvořit vzdušný deskový kondenzátor o kapacitě 10 nF, je-li vzdálenost desek 1 mm? Jaký maximální náboj můžeme v takovém kondenzátoru uložit, je-li elektrická pevnost vzduchu 10 kVcm^{-1}? (Nápověda: Elektrická pevnost je veličina, která udává nejvyšší možnou intenzitu elektrického pole, při které ještě nepřeskočí daným materiálem jiskra. Pro kondenzátor je tedy rozhodující maximální možné napětí mezi deskami – při něm je v kondenzátoru uložen nejvyšší možný náboj. Když přidáme, přeskočí jiskra a kondenzátor se vybije.)
18) Jak daleko od sebe by musely být desky vakuového kondenzátoru, od nějž požadujeme kapacitu 38 pF, je-li plocha desek 1,4 cm^2?

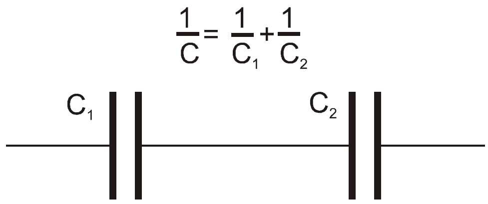
Stejně jako u rezistorů, zbývá ještě vyřešit, co se stane, když kondenzátory budeme vzájemně spojovat do složitějších obvodů. Analogicky k rezistorům existují dva základní způsoby spojení dvou kondenzátorů: sériové („za sebou“) a paralelní („vedle sebe“). Naším cílem bude (stejně jako v případě několika rezistorů) zjistit hodnotu jediného kondenzátoru, kterým bychom v obvodu mohli rovnocenně nahradit složitější zapojení několika jednotlivých kondenzátorů.

Nejprve vyřešme jednoduchý případ paralelního spojení – v něm dochází vlastně jen ke zvětšování plochy desek jednotlivých kondenzátorů, kapacity se tedy sčítají, jak ukazuje Obr. 4.



Obr. 4 – Paralelní spojení kondenzátorů

V případě sériového spojení kondenzátorů je situace složitější – zde se naopak zvětšuje vzdálenost mezi deskami, takže se opět inspirujeme u rezistorů a určíme nejprve převrácenou hodnotu kapacity, jak ukazuje Obr. 5.



Obr. 5 – Sériové spojení kondenzátorů

Shrňme tedy: V paralelním zapojení kondenzátorů se kapacity prostě sčítají dle vzorce

$$\boxed{C = C_1 + C_2}.$$

V zapojení sériovém je třeba uvažovat

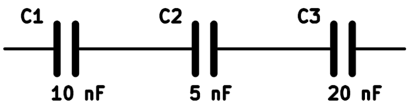
$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}.$$

Oba vzorce lze rozšířit pro libovolný počet kondenzátorů následujícím způsobem:

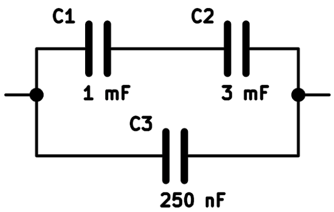
$$\boxed{C_{par} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots; \ \frac{1}{C_{ser}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots}.$$

K procvičení spojování kondenzátorů: Určete celkovou kapacitu zapojení.

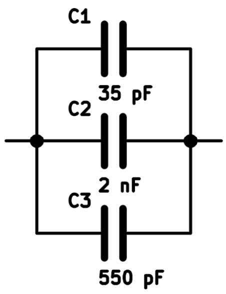
1)



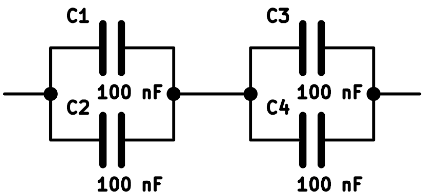
2)



3)



4)



5)