

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

Praktikum

Úloha č.

Název:

Pracoval: stud.sk.: dne:

Odevzdal dne:

	možný počet bodů	udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:.....

dne:

Pracovní úkol:

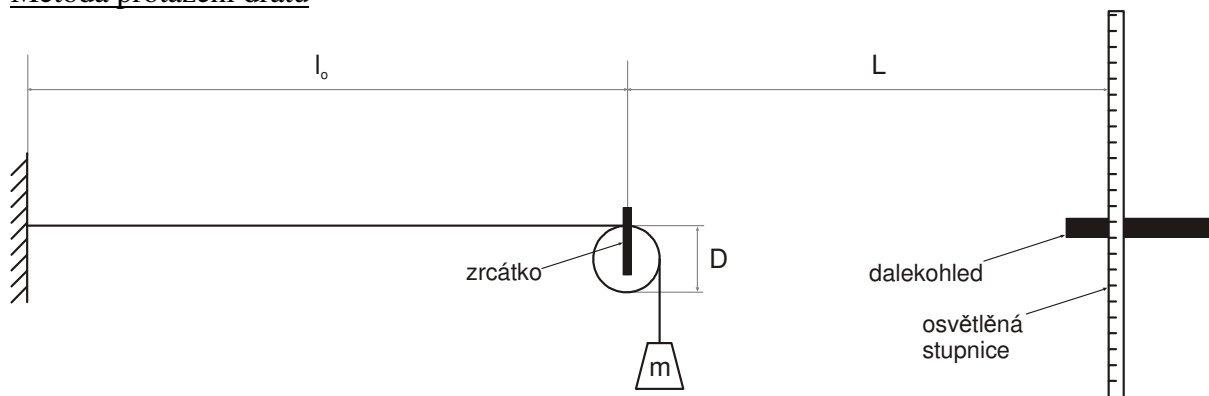
1. Změřte modul pružnosti v tahu E oceli z protažení drátu.
2. Změřte modul pružnosti v tahu E oceli a duralu nebo mosazi z průhybu trámku.
3. Výsledky měření graficky znázorněte, modul pružnosti určete užitím lineární regrese.

Teoretický základ

*Postup převzat ze [2], metody zpracování z [1].

Měření modulu pružnosti v tahu lze provést například metodou protažení drátu z daného materiálu o známých rozměrech nebo metodou průhybu trámku z daného materiálu o známých rozměrech.

Metoda protažení drátu



Obr. 1 – Schématické znázornění aparatury

Jak ukazuje schématické znázornění z Obr. 1, protažení drátu je odečítáno nepřímo pomocí odrazu osvětlené stupnice v zrcátku. Tento odraz nám umožňuje vidět u stupnice namontovaný dalekohled. Z rozdílu délek na stupnici před a po zatížení potom lze určit protažení drátu ze vztahu:

$$\bullet \quad \Delta l = \frac{D}{4} \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{|n - n_0|}{L} \right) \quad (1)$$

Kde D je průměr kladky, $n - n_0$ je rozdíl délek před a po zatížení a L je vzdálenost osvětlené stupnice od zrcátka.

Uvažujeme-li pružnou deformaci drátu, musí pro ni platit i tento vztah:

$$\bullet \quad \Delta l = \frac{l_0 F}{ES} \quad (2)$$

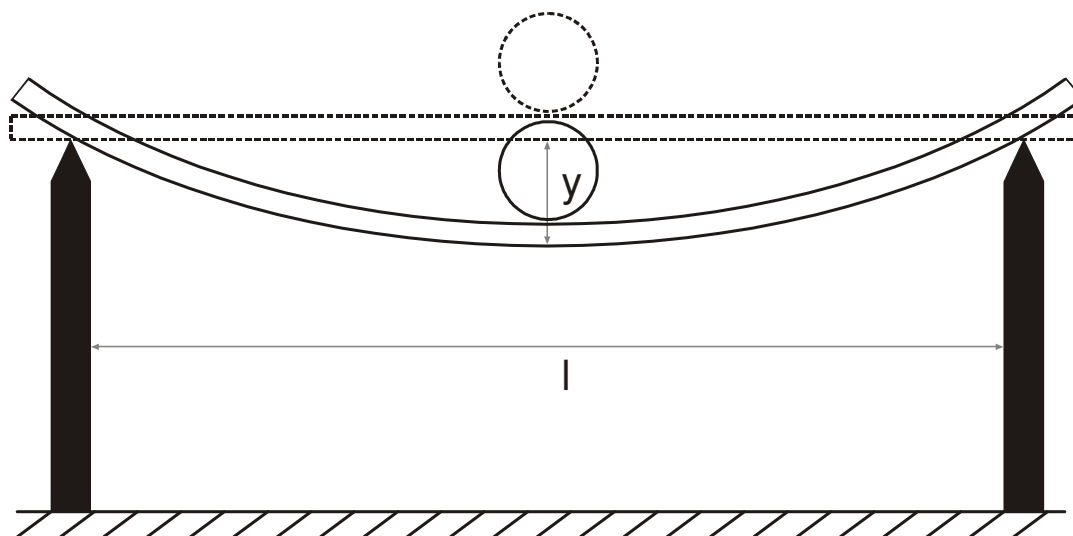
Kde l_0 je počáteční délka drátu od úchyty k zrcátku, F je působící síla, E modul pružnosti v tahu a S je plocha průřezu drátu.

Měřením můžeme pomocí vhodného lineárního proložení zjistit hodnotu závislosti $\frac{m}{\Delta l}$, upravíme tedy vztah (2) pro praktické využití do následujícího tvaru:

$$\bullet \quad E = \frac{m}{\Delta l} \cdot \frac{l_0 g}{S} \quad (3)$$

Kde m je hmotnost zavěšeného závaží a g hodnota místního tíhového zrychlení.

Metoda průhybu trámku

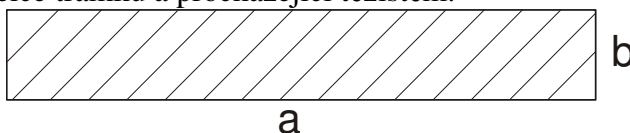


Obr. 2 – Schématické znázornění aparatury

Aparaturu pro měření modulu pružnosti v tahu metodou průhybu trámku znázorňuje schéma z Obr. 2. Jak si lze povšimnout, trámek leží na dvou břitech známé vzdálenosti l a zatížení silou F uprostřed trámku způsobí jeho prohnutí o y . Kružnice znázorňuje na trámku nasunutou stupnici objektivového mikrometru, pomocí něhož je délka průhybu odečítána. Pro průhyb tedy platí:

$$\bullet \quad y = \frac{Fl^3}{48EI_p} \quad (4)$$

Kde I_p je plošný moment setrvačnosti průřezové plochy tyče vzhledem k vodorovné ose, kolmé k délce trámku a procházející těžištěm.



Obr. 3 – Popis rozměrů trámku v průřezu

Pakliže rozměry trámku popíšeme jak ukazuje Obr. 3, tedy a bude jeho šířka, b jeho výška, lze určit I_p ze vztahu:

$$\bullet \quad I_p = \frac{ab^3}{12} \quad (5)$$

Nakonec tedy vyjádříme modul pružnosti ze vztahů (4) a (5):

$$\bullet \quad E = \frac{Fl^3}{4yab^3} \quad (6)$$

Podmínky měření

Teplota vzduchu:	23,1 °C
Relativní vlhkost vzduchu:	26,2 %
Atmosférický tlak:	996,4 hPa
Místo:	Praha, Praktikum I

Pomůcky

Aparatury pro měření modulu pružnosti v tahu metodou protažení drátu a průhybu trámku, sady závaží, pásové měřidlo, posuvné měřidlo, mikrometr, ocelový a mosazný trámek

Výsledky měření

*Uváděné chyby jsou mezního charakteru, tedy $P \approx 0,997$.

Metoda protažení drátu (úkol č. 1)

Nejprve bylo třeba změřit průměr ocelového drátu, jehož prodlužování jsme později měřili, abychom mohli určit plochu jeho průřezu. Naměřené hodnoty zachycuje Tab. 1.

d [mm]
0,51
0,51
0,51
0,50
0,51
0,51
0,50
0,51
0,51
0,51

m [kg]	n [mm]	n₂ [mm]	n-n₀ [mm]	n₂-n₀ [mm]
1,000	21,3	21,3	0,0	0,0
1,100	21,0	20,9	3,0	4,0
1,200	20,7	20,7	6,0	6,0
1,300	20,5	20,4	8,0	9,0
1,400	20,2	20,1	11,0	12,0
1,500	19,9	19,9	14,0	14,0
1,600	19,7	19,7	16,0	16,0
1,700	19,4	19,4	19,0	19,0
1,800	19,2	19,2	21,0	21,0
1,900	18,9	18,9	24,0	24,0
2,000	18,7	18,7	26,0	26,0

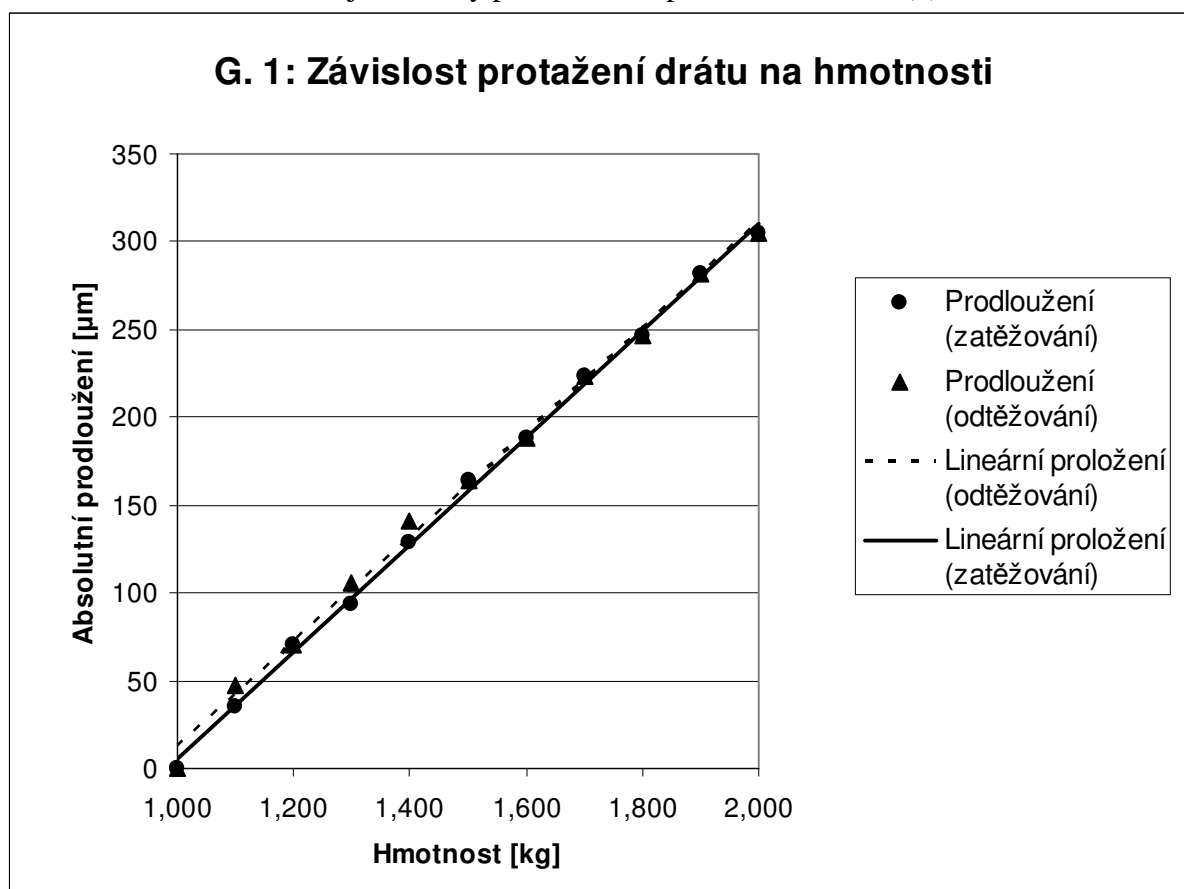
Tabulka Tab. 2 potom ukazuje naměřené hodnoty při zkoumání závislosti protažení drátu na hmotnosti zavěšeného závaží. Hodnoty **n** značí hodnoty odečtené ze stupnice při postupném zatěžování drátu, hodnoty **n₂** potom značí hodnoty naměřené při postupném odtěžování drátu. Pro určení protažení drátu ze známé změny úhlu bylo třeba změřit ještě vzdálenost L , l_0 a průměr kladky D , jehož měření jsou zachycena v Tab. 3.

Č. měř.	1	2	3	4	5
D [mm]	38,55	38,50	38,55	38,45	38,45

Pro potřebné vzdálenosti potom bylo změřeno:

- $L = (82 \pm 2) \text{ cm}$
- $l_0 = (114 \pm 1) \text{ cm}$

Grafické znázornění závislosti prodloužení drátu na hmotnosti závaží přináší graf G.1. Jeho vertikální osa zobrazuje hodnoty prodloužení spočtené ze vztahu (1).



Z naměřené regresní závislosti a ostatních hodnot potom dostaneme za použití vztahu (3) pro modul pružnosti:

- $$E = \frac{m}{\Delta l} \cdot \frac{l_0 g}{S}$$
- $$E = (1,85 \pm 0,14) \cdot 10^{11} \text{ Pa}$$

Metoda průhybu trámku (úkol č. 2)

Pro měření touto metodou jsme nejprve změřili rozměry obou trámků. Naměřené hodnoty zachycuje Tab. 4.

Tab. 4 – Naměřené hodnoty (rozměry trámků)			
ocel		mosaz	
b [mm]	a [mm]	b [mm]	a [mm]
2,98	12,05	1,99	11,95
2,98	11,95	1,99	11,90
2,97	11,95	1,98	12,00
2,97	12,00	1,98	11,90
2,97	11,95	1,98	12,00
2,97	12,00	1,99	11,95
2,97	12,00	1,99	11,90
2,97	12,00	1,98	11,90
2,97	12,00	1,99	11,90
2,97	12,00	1,98	11,95

Po změření jejich rozměrů jsme mohli začít trávky zatěžovat a zjišťovat závislost průhybu na hmotnosti zavěšeného závaží. Naměřené hodnoty jsou k nahlédnutí v Tab. 5 a Tab. 6. V obou tabulkách jsou nejprve uvedeny hodnoty naměřené při postupném zatěžování trávku, a poté při postupném odtěžování trávku.

Tab. 5 – Naměřené hodnoty (průhyb ocelového trávku)				
m [g]	y [mm]	y₂ [mm]	y-y₀ [mm]	y₂-y₀ [mm]
0	3,6	3,6	0,0	0,0
100	3,8	3,8	0,2	0,2
200	4,1	4,1	0,5	0,5
300	4,4	4,4	0,8	0,8
400	4,6	4,6	1,0	1,0
500	4,9	4,9	1,3	1,3
600	5,2	5,2	1,6	1,6
700	5,5	5,5	1,9	1,9
800	5,7	5,7	2,1	2,1
900	6,0	6,0	2,4	2,4
1000	6,3	6,3	2,7	2,7

Tab. 6 – Naměřené hodnoty (průhyb mosazného trávku)				
m [g]	y [mm]	y₂ [mm]	y-y₀ [mm]	y₂-y₀ [mm]
0	7,3	7,3	0,0	0,0
10	7,4	7,5	0,1	0,2
20	7,6	7,6	0,3	0,3
30	7,8	7,8	0,5	0,5
40	8,0	8,0	0,7	0,7
50	8,2	8,2	0,9	0,9
60	8,4	8,4	1,1	1,1
70	8,5	8,6	1,2	1,3
80	8,7	8,7	1,4	1,4
90	8,9	8,9	1,6	1,6
100	9,1	9,1	1,8	1,8

Vzdálenost podpěrných břitů, na nichž trávky v obou případech spočívaly, potom byla změřena jako:

$$\circ \quad l = (41,1 \pm 0,5) \text{ cm}$$

Z naměřených hodnot potom za použití vztahu (6) vyjde pro ocel:

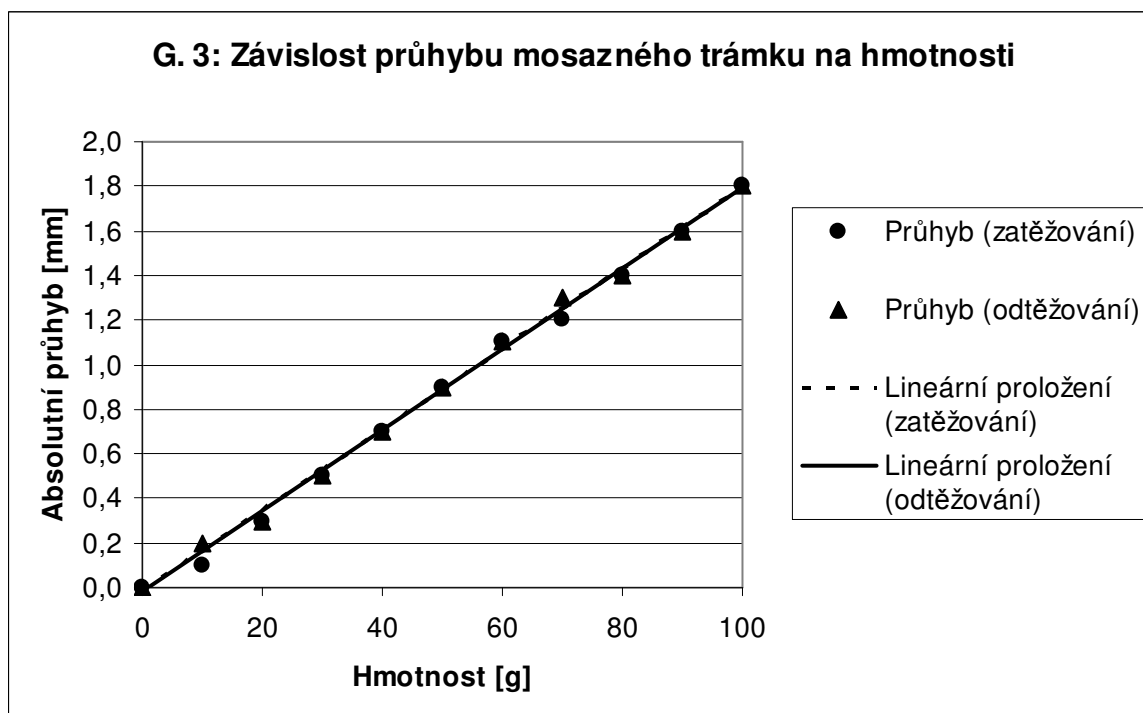
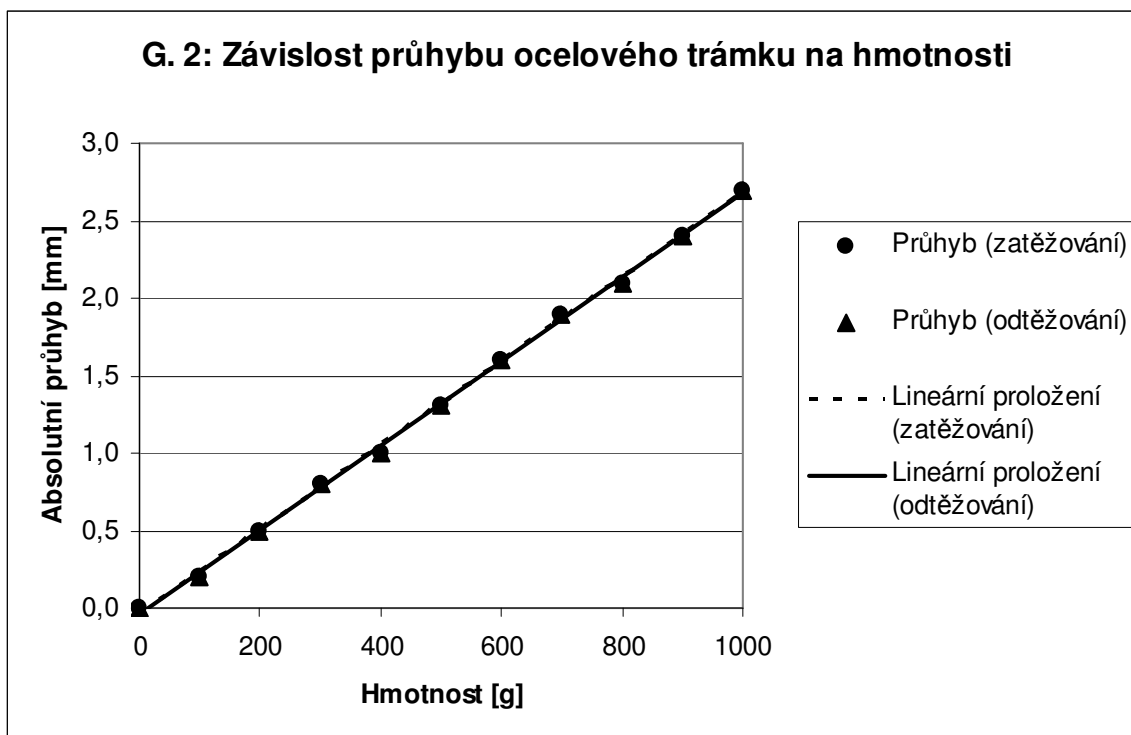
$$\bullet \quad E = \frac{Fl^3}{4yab^3}$$

$$\circ \quad E = (1,99 \pm 0,06) \cdot 10^{11} \text{ Pa}$$

A pro mosaz:

$$\circ \quad E = (1,00 \pm 0,03) \cdot 10^{11} \text{ Pa}$$

Obě závislosti potom zachycují níže uvedené grafy G. 2 a G. 3.



Diskuze výsledků

V případě úkolu č.1 byl výsledek pravděpodobně nejvíce zatížen chybou způsobenou nepřesností měření protažení drátu, jehož hodnoty do $\approx 300 \mu\text{m}$ byly opravdu malé, vezmu-li v úvahu například vlivy prokluzování drátu po drážce kladky, tření v uložení kladky, nepřesnosti odečtení z osvětlené stupnice či deformace drátu, které utrpěl při mnoha předchozích experimentech. Výsledný naměřený modul pružnosti byl tedy v důsledku zmíněných faktů nižší než tabelovaný ($E_{oc} = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, zdroj [3]).

V případě druhé metody měření modulu pružnosti v tahu byly naměřené výsledky v uspokojivé shodě s tabelovanými hodnotami ($E_{Mo} = 0,99 \cdot 10^{11} Pa$, zdroj [3]), a statistické zpracování dokonce ukázalo, že i přes třetí mocniny veličin použitých ve vztahu pro výpočet modulu pružnosti je tato metoda přesnější než metoda protažení drátu. Při konkrétních případech až zhruba dvojnásobně (relativní chyby měření pomocí protažení drátu jsou $\cong 7\%$, kdežto metodou průhybu trámku $\cong 3\%$).

Závěr

Určili jsme modul pružnosti v tahu oceli metodou protažení drátu s výsledkem:

- $E = (1,85 \pm 0,14) \cdot 10^{11} Pa$

Určili jsme modul pružnosti v tahu oceli metodou průhybu trámku s výsledkem:

- $E = (1,99 \pm 0,06) \cdot 10^{11} Pa$

Určili jsme modul pružnosti v tahu mosazi metodou průhybu trámku s výsledkem:

- $E = (1,00 \pm 0,03) \cdot 10^{11} Pa$

Použitá literatura

- [1] J.Englich, Zpracování výsledků fyzikálních měření, Praha, 2000
- [2] Studijní materiály Praktika I., úloha IX,
http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_109.pdf
- [3] J. Mikulčák a kol.: MFCHT pro střední školy, PROMETHEUS, Praha 1988